



PRACE INSTYTUTU MATERIAŁÓW INŻYNIERSKICH I BIOMEDYCZNYCH

Analiza i optymalizacja własności mechanicznych materiałów do budowy ramy rowerowej z wykorzystaniem MES

D. Krysiak ^a, R. Honysz ^b

^a Student Politechniki Śląskiej, Wydział Mechaniczny Technologiczny
email: krysiak.dominik@gmail.com

^b Instytut Materiałów Inżynierskich i Biomedycznych, Wydział Mechaniczny Technologiczny, Politechnika Śląska, ul. Konarskiego 18a, 44-100 Gliwice, Polska
email: rafal.honysz@polsl.pl

Streszczenie: Celem pracy było przeprowadzenie badań wytrzymałościowych metodą elementów skończonych na modelu ramy rowerowej typu MTB. Rzeczywisty model ramy został zgodnie z wymiarami zamodelowany w programie CAD, co umożliwiło przeprowadzenie badania MES. Porównano materiały stosowane w produkcji ram rowerowych oraz przeprowadzono analizę porównawczą dla wybranych materiałów przy zastosowaniu do badanego modelu ramy rowerowej.

Abstract: The subject of this thesis was to carry out strength research about frame used in MTB bike, by using Finite Elements Method (FEM). The actual frame model was modeled in CAD program, and this allows to perform a FEM analysis. Materials used in construction of bike frames was compared; also, comparison analysis of chosen materials, used in tested model of frame of bike was made.

Słowa kluczowe: Rowery MTB, badania wytrzymałościowe, CAD, MES, SolidEdge

1. WSTĘP

W dzisiejszych czasach gdzie w produkcji stawia się na minimalizację kosztów w wielu dziedzinach, tak jest również w przypadku ram rowerowych, jednak oprócz minimalizacji kosztów następuje minimalizacja masy konstrukcji rowerów. Aby pogodzić te dążenia z zachowaniem wysokich wymagań wytrzymałościowych systemy komputerowego wspomagania stają się nieodłącznym elementem produkcji. Ważnym jest możliwość prototypowania, oraz wykonywania badań na wirtualnym modelu, wykonywanym w programach CAD. Do poprawnego wprowadzenia nowego modelu roweru górskiego MTB konieczne stają się badania, symulacje przeprowadzane już na etapie modelowania. Wykorzystanie symulacji metodą elementów skończonych pozwala na ocenę modelu przed jego produkcją, jednocześnie umożliwiając optymalizację zarówno samego modelu jak i materiału stosowanego w jego dalszej produkcji. W przypadku rowerów głównym elementem konstrukcyjnym jest rama roweru, dlatego w pracy przedstawiono dobór materiału i badanie ramy roweru górskiego (MTB) w trakcie projektowania, ze zwróceniem uwagi na większe wymagania wytrzymałościowe wynikające ze specyfiki jego użytkowania [1-5]

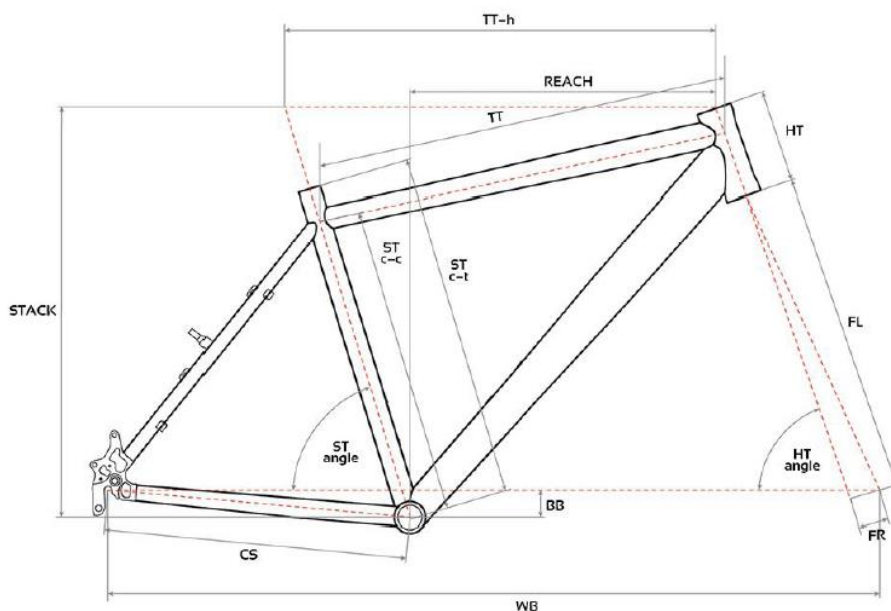
2. Model rzeczywisty

W pracy na podstawie rzeczywistego modelu „Ranger” ramy roweru MTB firmy „Accent” [6], przedstawionej na rysunku 1. Wymiary przedstawiono w tabeli 1 i rysunku 2 wykonano model CAD. W celu wykonania modelu przestrzennego ramy przeprowadzone zostały pomiary rzeczywistej ramy rowerowej.



Rysunek 1. Rzeczywista rama roweru górskiego [6]

Figure 1. Rzeczywista rama roweru górskiego [6]



Rysunek 2. Geometria rzeczywistej ramy rowerowej MTB w rozmiarze 19” [6]

Figure 2. Geometria rzeczywistej ramy rowerowej MTB w rozmiarze 19” [6]

Tabela 1 Szczegółowe wymiary modelu badanej ramy rowerowej MTB w rozmiarze 19''

Table 1 Szczegółowe wymiary modelu badanej ramy rowerowej MTB w rozmiarze 19''

St c-t	St c-c	TT	TT-h	Reach	Stack	HT angle	ST angle	HT	CS	BB	FL	FR	WB
483	438	579	596	427	574	71	73	130	425	38	450	38	1075

Rzeczywista rama roweru MTB, w rozmiarze 19 cali, charakteryzuje się wagą 2,040 kg. Przystosowana jest do montażu kół o średnicy 26 cali. Przeznaczenie badanej ramy to rowery do jazdy rekreacyjnej, górskiej, również spełnia wymagania roweru MTB. Materiałem, z którego wykonana jest rama w przedstawionym modelu jest stop aluminium 6061-T6

3. Model CAD

W pracy został wykorzystany program Solid Edge ST9 [7] gdzie przy wykorzystaniu modułu CAD odwzorowując rzeczywisty model ramy roweru MTB opracowano model wirtualny umożliwiające jego modyfikację jak i dalsze obliczenia oraz optymalizacje.

Wykonanie części modelu odpowiadającemu górnej belce ramy roweru MTB polegało na zaprojektowaniu szkicu elementów podstawowych a następnie wyciągnięciu bryły przez ich przekroje. Pozwoliło to uzyskać oczekiwane wymiary. Kolejnym krokiem było przekształcenie jej w bryłę cienkościenną, nadając tym samym odpowiednią grubość ścianek. Następnie zastosowano zaokrąglenia na krawędziach.



Rysunek 3. Złożenie modelu badanej ramy roweru MTB w programie Solid Edge ST9

Figure 3. Złożenie modelu badanej ramy roweru MTB w programie Solid Edge ST9

Do symulacji zostały wybrane najczęściej stosowane materiały w budowie ramy rowerowej. Zastosowanie materiałów do modelu umożliwiło odczytanie masy modelu w zależności od wariantu, co zostało przedstawione w tabeli 2. Najcięższy model ze stali waży prawie 6kg natomiast najlżejszy ze stopu magnezu niecałe 1,4kg. Masa modelu z zastosowaniem stopu aluminium 6061 na który zdecydował się producent wynosi 2,051kg. Jest to wynik bardzo zbliżony do rzeczywistego modelu co potwierdza poprawność modelu CAD oraz zdefiniowanych materiałów. [8-12].

Tabela 2 Własności materiałów użytych do modelowania w programie Solid Edge
Table 2 Własności materiałów użytych do modelowania w programie Solid Edge

Własność	6061 T6	7005 T6	4130	Ti6Al4V	MgZK60A
Gęstość [kg/m ³]	2700	2780	7850	4430	1830
Przewodność cieplna [kW/m-C]	0,167	0,137	0,030	0,007	0,121
Ciepło właściwe [J/kg-C]	896	875	477	526,3	0,001
Moduł sprężystości [MPa]	68900	72000	205000	113800	45000
Współczynnik Poisson'a	0,330	0,330	0,290	0,342	0,350
Granica plastyczności [MPa]	276	290	435	880	200
Napężenie niszczące [MPa]	310	350	670	950	310
Wydłużenie [%]	17	13	25,5	14	13

Tabela 3 Porównanie masy modelu w zależności od zastosowanego materiału
Table 3 Porównanie masy modelu w zależności od zastosowanego materiału

Materiał	6061 T6	7005 T6	4130	Ti6Al4V	MgZK60A
Waga modelu [kg]	2,051	2,112	5,964	1,390	3,365

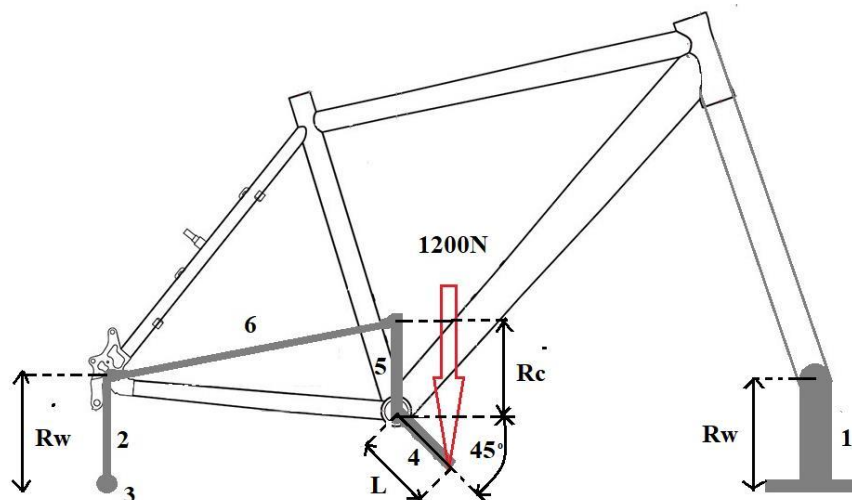
4. Warunki symulacji i badania MES

Zgodnie z normą PN-EN ISO 4210-6:2015-10 podczas badania ramy roweru siłą przykładaną do pedałów konieczne jest zablokowanie możliwości ruchu w pionie przednich widełek, części ramy. Możliwy jednak powinien pozostać ruch w poziomie, co w przypadku badania polega na użyciu odpowiedniej rolki. W badaniu MES sytuacja ta może być zastąpiona poprzez odjęcie swobody w kierunku Z, dla miejsca umocowania widełek przednich. Natomiast w miejscu mocowania tylnego koła konieczne jest zastosowanie utwierdzenia z przegubem, co przedstawione zostało na rysunku 3a. Umożliwia to odpowiednie uginanie się ramy roweru, tak jak podczas jazdy. Siła o wartości 1200N jest przykładana do pedału. Możliwe jest zastąpienie jej poprzez przyłożenie siły bezpośrednio w miejscu mocowania pedałów.

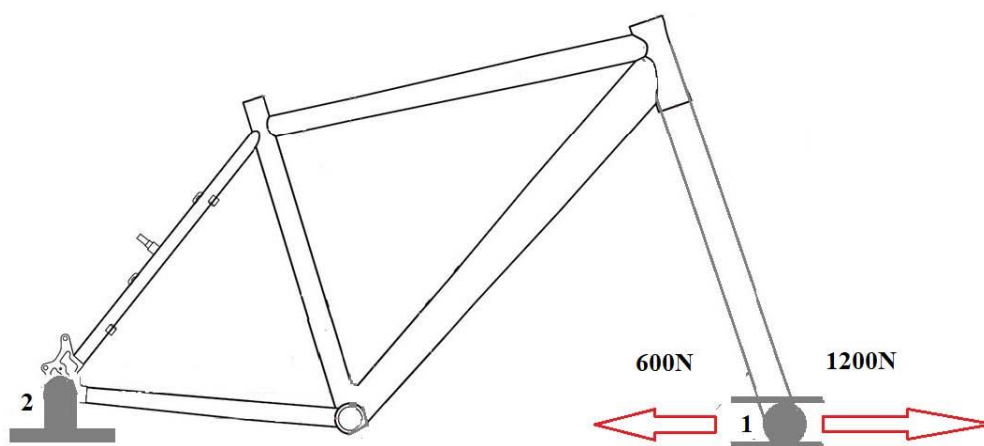
Kolejnym wymaganym badaniem ramy roweru, według normy PN-EN ISO 4210-6:2015-10, jest badanie za pomocą sił przyłożonych do widełek przednich lub zespołu je zastępującego. Na rysunku 3b został przedstawiony schemat obciążenia oraz utwierdzenia. W miejscu tylnej osi rama zostaje utwierdzona na sztywno, natomiast przednia oś musi posiadać możliwość przemieszczania w kierunku Y (poziomo). Nakładane są siły 1200N do przodu roweru symulująca zjazd górski, oraz siła 600N do tyłu roweru. W przypadku badania dynamicznego siły te są przykładane naprzemiennie. Dla symulacji MES możliwe jest zablokowanie stopni swobody w sposób zbliżony do tego z normy, poprzez odebrania stopnia swobody na części przedniej, w miejscu mocowania widełek przednich [13-14].

Ostatnim opisywanym w normie badaniem dotyczącym ramy rowerowej jest badanie przypadku obciążenia przyłożonego w miejscu, zstępującym siodło. Miejsce oraz siły przyłożone przedstawiono na rysunku 4c. Jeśli rama jest amortyzowana, konieczne do tego badania jest zastąpienie amortyzatora poprzez sztywne połączenie. Ponownie w miejscu tylnej osi konieczne jest zastosowanie podpory z przegubem a przednie utwierdzenie powinno pozwolić na ruch w kierunku Y. Przykładane obciążenie powinno zastąpić siły działające podczas wykorzystywania maksymalnie wysuniętego siodła. Możliwe jest zadanie sił w symulacji metodą MES poprzez bezpośrednie obciążenie rury siodła w przypadku, gdy siła będzie zadana prostopadle [13-14].

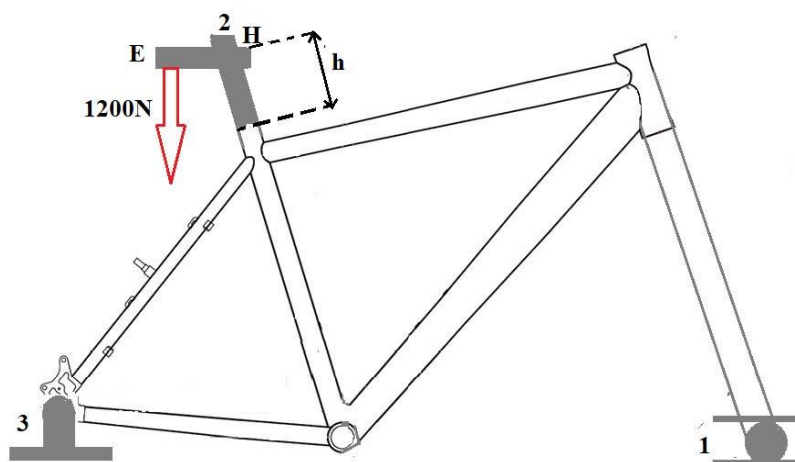
a)



b)



c)



Rysunek 4. Badanie ramy roweru zgodnie z normą PN-EN ISO 4210-6:2015-10, a) siłami przykładanymi do pedałów, b) siłami przykładanymi w kierunku poziomym, c) z siłą przykładaną w kierunku pionowym

Figure 4. Badanie ramy roweru zgodnie z normą PN-EN ISO 4210-6:2015-10, a) siłami przykładanymi do pedałów, b) siłami przykładanymi w kierunku poziomym, c) z siłą przykładaną w kierunku pionowym

W pierwszym etapie badania obciążenia zostały wyznaczone na podstawie normy PN-EN ISO 4210-6:2015-10. Obciążenia zostały zadane na modelu jednocześnie. Jednak zamiast obciążeń dynamicznych zastosowano obciążenia statyczne, mimo to jest to wystarczające do wstępnej oceny modelu. Siły przyłożone do modelu o wartościach zgodnie z powyższą normą, zostały przedstawione na rysunku 4:

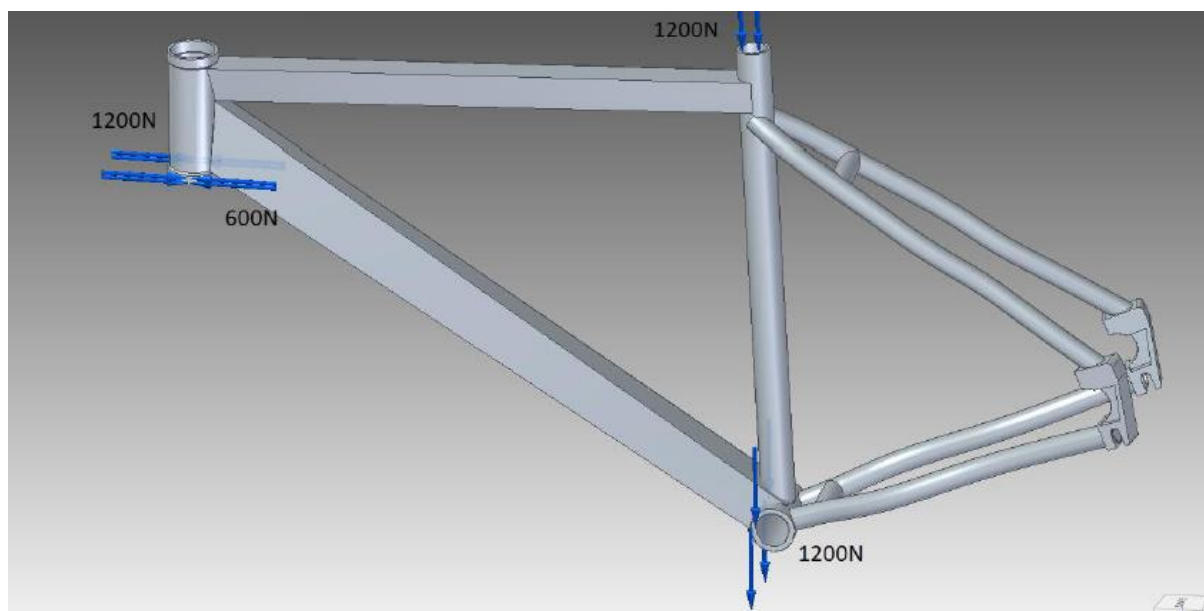
- Obciążenie zastępcze w miejscu mocowania siodełka 1200N, co odpowiada w przybliżeniu wadze 120kg
- Obciążenie zastępcze w miejscu mocowania mechanizmu napędowego, skierowane pionowo w dół o wartości 1200N
- Obciążenie skierowane poziomo w przód roweru 1200N oraz do tyłu roweru 600N przyłożone w miejscu mocowania widełek przednich.

Utwierdzenia modelu są przypisane tak, aby w ja największym stopniu odtworzyć warunki wymagane normą o badaniach ram rowerów. W miejscu tylnej oso zastosowano utwierdzenie przegubowe, natomiast z przodu pozostawiono możliwość ruchu jedynie w osi Y.

Drugim etapem badania było przeprowadzenie symulacji z dwukrotnie zwiększonymi obciążeniami, jednak miejsce ich przyłożenia zostały niezmienione, co umożliwi bezpośrednie porównanie wyników. Sposób utwierdzenia ramy został pozostawiony jak w przypadku pierwszego wariantu. [13-14]

5. Badanie metodą elementów skończonych

Krokiem koniecznym po wykonaniu poprawnego modelu odzwierciedlającego rzeczywistość ramę modelu MTB jest uproszczenie ramy roweru, szczególnie dwóch belek głównych, dzięki czemu możliwe jest zastosowanie większej siatki elementów skończonych na tych częściach. Na rysunku 21 przedstawiono zróżnicowanie wielkości siatki w zależności od elementu badanego modelu. Utworzenie siatki elementów skończonych wymaga zdefiniowania na modelu warunków brzegowych, obciążeń oraz utwierdzenia modelu.

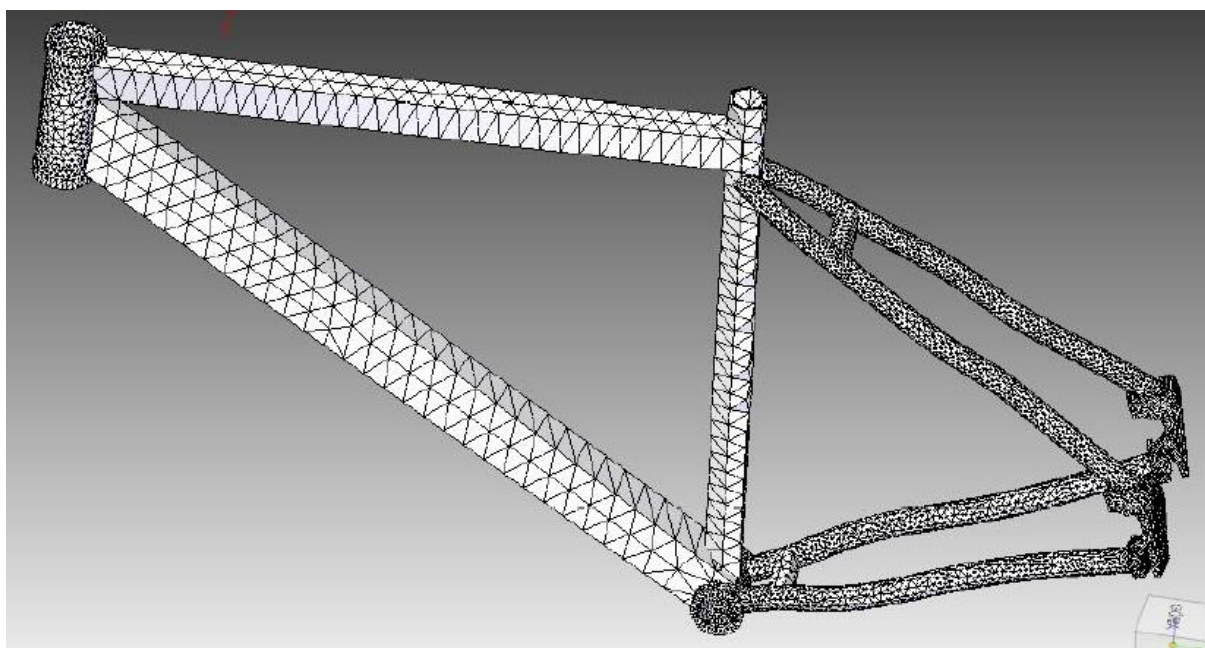


Rysunek 5. Miejsca oraz kierunki działania sił na badany model ramy MTB w pierwszym wariantcie badania

Figure 5. Miejsca oraz kierunki działania sił na badany model ramy MTB w pierwszym wariantcie badania



Rysunek 6. Miejsca oraz rodzaj utwierdzenia modelu ramy w pierwszym wariantcie badania
Figure 6. Miejsca oraz rodzaj utwierdzenia modelu ramy w pierwszym wariantcie badania



Rysunek 7. Model ramy roweru MTB wykonany w CAD z nałożoną siatką elementów skończonych.
Figure 7. Model ramy roweru MTB wykonany w CAD z nałożoną siatką elementów skończonych.

Figure 7. Model ramy roweru MTB wykonany w CAD z nałożoną siatką elementów skończonych.

W kolejnym kroku wcześniej określone obciążenia oraz utwierdzenia zostały wprowadzone do modelu preprocesora, następnie model został podzielony na siatkę elementów skończonych. Umożliwiło to przejście do kolejnego, docelowego kroku - badania metodą elementów skończonych przy wykorzystaniu solver NX Nastran wbudowanego w program Solid Edge ST9, który jest dostępny dla użytkownika z poziomu modułu złożenia.

5.1. Pierwszy wariant badania – obciążenia zgodne z normą

Badanie w pierwszym wariantcie zostało przeprowadzone przez obciążenie modelu ramy roweru MTB czterema siłami, każda o wartości 1200N. Parametry dotyczące nałożonej siatki na model podczas pierwszego wariantu badania metodą elementów skończonych przedstawiona w tabeli 19. Rozmiar siatki wynikał ze złożoności modelu oraz stosunkowo małych powierzchni jak ścianki rur. Analiza statyczna została przeprowadzona z wykorzystaniem siatki elementów skończonych czworosiennych. Łączna liczba obiektów z nałożoną siatką wyniosła 9. Łączna liczba elementów to 135 167 Łączna liczba węzłów 224698. Subiektywny rozmiar siatki (1-10) to 8.

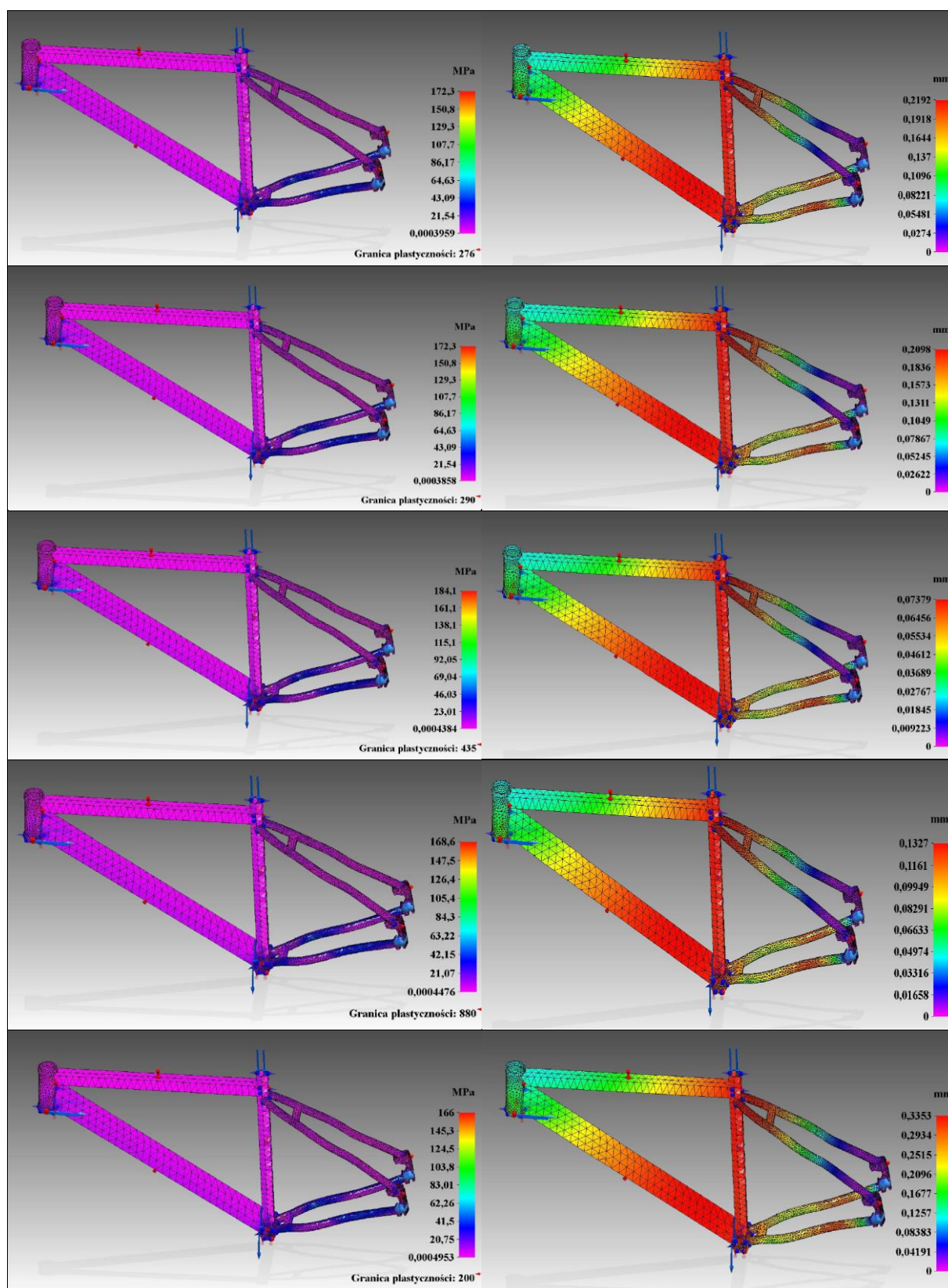
Wariant pierwszy obciążenia, gdzie siły oraz miejsca ich przyłożenia zostały zdefiniowane zgodnie z normą dotyczącą badania ram rowerowych pozwolił na określenie czy rama wykonana ze wszystkich pięciu badanych materiałów mogłaby być zastosowana do produkcji danego modelu ramy roweru MTB. Jak wykazały wyniki badania, wszystkie zestawienia ramy i materiału są poprawne, a część znacząco przekracza wymagania wytrzymałości. Najmniejszy współczynnik bezpieczeństwa odnotowano dla stopów aluminium, jednak jest on wystarczający, wynosi powyżej 1,5. Pozostałe materiały okazały się znacznie przekraczać te wartości w zastosowaniu na danym modelu, wartości współczynnika bezpieczeństwa pomiędzy 4,8 a 5,3. W tym wariantcie obciążenia modelu naprężenia zredukowane Von Misesa wynosiły od 168 MPa dla stopu tytanu, do 184 MPa dla stali. W przypadku przemieszczenia sytuacja wygląda inaczej, występują znaczne różnice pomiędzy materiałami. Największe przemieszczenie całkowite dotyczy stopu magnezu 0,33 mm a najmniejsze, pomijalne stali 0,07 mm. Przy zastosowaniu stopu tytanu przemieszczenie było dość niskie, do 0,17 mm. Dla stopów aluminium wynosi około 0,20 mm

5.2. Drugi wariant badania – obciążenia zwiększone dwukrotnie

Przeprowadzenie drugiego wariantu badania metodą elementów skończonych o zadanych dwukrotnie większych obciążeniach pozwoliło na ocenę wytrzymałości materiałów nie tylko w przypadku standardowych obciążeń, ale również można określić, jaki materiał stosowany w modelu ramy pozwoli na zmianę geometrii, zmniejszenie średnic rur, belek czy grubość ich ścianek co w prosty sposób umożliwi ograniczenie masy.

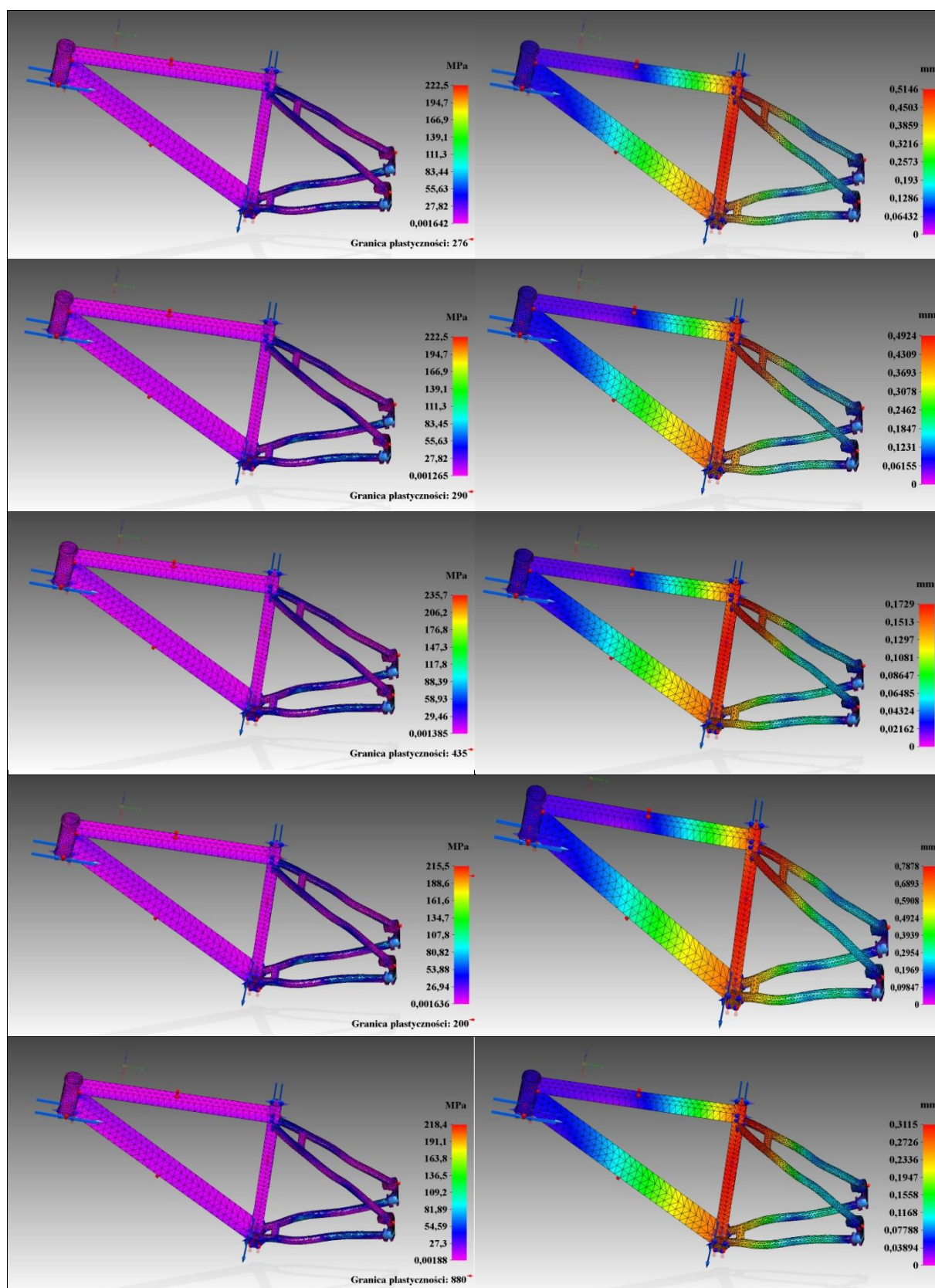
W przypadku podwójnego obciążenia nadal wszystkie z badanych materiałów spełniły wymagania stawiane ramie roweru MTB, a dokładniej badanemu modelowi ramy MTB. W przypadku stopu magnezu została przekroczona granica plastyczności, jednak rzeczywiste naprężenia w modelu są niższe niż maksymalne. Niemniej, jeśli planowana rama miałaby być obciążona jak w drugim wariantcie badania, w przypadku stopu magnezu należy przeprowadzić dokładniejsze badania, lub zmodyfikować geometrię ramy.

Symulacja metodą elementów skończonych przy drugim wariantcie obciążenia wykazała największe naprężenia zredukowane Hubera - Von Misesa dla modelu wykonanego ze stali, ponad 235 MPa a najmniejsze wartości dla stopu tytanu około 215 MPa i magnezu 218 MPa. Największe przemieszczenie całkowite odnotowane zostało w przypadku zastosowania stopu magnezu 0,79 mm, kolejne dla stopów aluminium, w przybliżeniu 0,5 mm. Najmniejsze przesunięcie całkowite wystąpiło w modelu ze stali, jedynie 0,17 mm. Współczynnik bezpieczeństwa wynosił najmniej dla stopu magnezu niecałe 0,93 mm, wystarczające wartości osiągnął dla stopów aluminium, około 1,3 oraz stali 1,8. Nadmiernie duży współczynnik bezpieczeństwa, ponad czterokrotny, został osiągnięty w przypadku zastosowania stopu tytanu.



Rysunek 8 Naprężenia zredukowane Von Misesa i przesunięcie całkowite przy zastosowaniu a) 6061 T6, b) 7005 T6, c) 4130, d) Ti6Al4V, e) MgZK60A dla wariantu pierwszego

Figure 8. Naprężenia zredukowane Von Misesa i przesunięcie całkowite przy zastosowaniu a) 6061 T6, b) 7005 T6, c) 4130, d) Ti6Al4V, e) MgZK60A dla wariantu pierwszego



Rysunek 9. Naprężenia zredukowane Von Misesa i przesunięcie całkowite przy zastosowaniu a) 6061 T6, b) 7005 T6, c) 4130, d) Ti6Al4V, e) MgZK60A dla wariantu drugiego

Figure 9. Naprężenia zredukowane Von Misesa i przesunięcie całkowite przy zastosowaniu a) 6061 T6, b) 7005 T6, c) 4130, d) Ti6Al4V, e) MgZK60A dla wariantu pierwszego

5.2. Zestawienie wyników badania

Na podstawie wyników badania w obu wariantach obciążenia wraz z zastosowaniem wszystkich wybranych materiałów została sporządzona tabela 23 przedstawiająca otrzymane wyniki. W tabeli zostały wyszczególnione najwyższe, najlepsze wartości w danym badaniu poprzez ich pogrubienie. Na podstawie badania w dwóch wariantach możliwe jest porównanie jak zachowuje się badana konstrukcja ramy w połączeniu z wybranym materiałem zarówno przy zastosowaniu obciążenia normalnego, wymaganego normami jak również w przypadku znacznego, aż dwukrotnego przekroczenia obciążenia.

Tabela 4. Zestawienie wyników badania ramy metodą elementów skończonych

Table 4. Zestawienie wyników badania ramy metodą elementów skończonych

Materiał	Naprężenia zredukowane [MPa]	Przemieszczenie całkowite [mm]	Współczynnik bezpieczeństwa	
			Maksymalny	Zinterpretowany
Wariant 1				
6061 T6	172,3	64	0,2192	1,601
7005 T6	172,3	64	0,2098	1,683
4130	184,1	69	0,0738	4,780
Ti6Al4V	168,6	84	0,1327	5,220
MgZK60A	166	62	0,3353	5,301
Wariant 2				
6061 T6	222,5	87	0,5146	1,24
7005 T6	222,5	87	0,4924	1,303
4130	235,7	75	0,1729	1,846
Ti6Al4V	218,4	80	0,3115	4,03
MgZK60A	215,5	87	0,7878	0,928

Wariant pierwszy obciążenia gdzie siły oraz miejsca ich przyłożenia zostały zdefiniowane zgodnie z normą dotyczącą badania ram rowerowych pozwolił na określenie czy rama wykonana ze wszystkich pięciu badanych materiałów mogłaby być zastosowana do produkcji danego modelu ramy roweru MTB. Jak wykazały wyniki badania, wszystkie zestawienia ramy i materiału są poprawne, a część znacząco przekracza wymagania, co do wytrzymałości. Porównanie minimalnego współczynnika bezpieczeństwa modelu w zależności od zastosowanego materiału możliwe jest na podstawie otrzymanych rysunków modeli z symulacji jak i zestawienia wykonanego w tabeli 20.

Przeprowadzenie drugiego wariantu badania metodą elementów skończonych o zadanych dwukrotnie większych obciążeniach pozwoliło na ocenę wytrzymałości materiałów nie tylko w przypadku standardowych obciążeń, ale również można określić jaki materiał stosowany w modelu ramy pozwoli na zmianę geometrii, zmniejszenie średnic rur, belek czy grubość ich ścianek co w prosty sposób umożliwi ograniczenie masy. W przypadku podwójnego obciążenia nadal wszystkie z badanych materiałów spełniły wymagania stawiane ramie roweru MTB, a dokładniej badanemu modelowi ramy MTB. W przypadku stopu magnezu została przekroczona granica plastyczności, jednak rzeczywiste naperzenia w modelu są niższe niż maksymalne. Niemniej jeśli planowana rama miała by być obciążona jak w drugim wariantcie badania, w przypadku stopu magnezu należy przeprowadzić dokładniejsze badania, lub zmodyfikować geometrię ramy.

6. Wnioski

Przeprowadzone badania metodą elementów skończonych na modelu ramy roweru MTB, który został zamodelowany w programie CAD na podstawie rzeczywistego modelu pozwoliły na zbadanie wytrzymałości ramy w zależności od zastosowanego materiału. Wszystkie wybrane materiały spełniły wymagania stawiane ramie roweru MTB. Jednak badanie MES pozwoliło na potwierdzenie że producent ramy rowerowej w procesie projektowania uwzględnił materiał z którego docelowo została wykonana rama roweru. W przypadku ramy MTB, modelu Ranger jest to stop aluminium 6061 ponieważ jest to materiał optymalny w przypadku badanego modelu ramy.

Bez zmiany geometrii ramy możliwe jest uzyskanie niższej wagi modelu poprzez zastosowanie stopu magnezu zamiast stopów aluminium natomiast wpłynie to na znaczny wzrost kosztu materiału i produkcji. Aby ograniczyć wartość przesunięcia całkowitego w przypadku badanego modelu ramy możliwe jest zastosowanie stali 4130 co wpłynie na zwiększenie wytrzymałości ramy jednak jej masa znacznie wzrośnie.

Badany model ramy wykazuje największe naprężenia w miejscu mocowania tylnego koła, tylnych widełek dolnych i górnych. Natomiast najmniejsze naprężenia i przemieszczenia występują w przedniej części ramy a szczególnie w głównych belkach zarówno górnej i dolnej. Wartość maksymalna naprężenia może wynikać z małych krawędzi, które nie są prawidłowo odwzorowywane w badaniu mes a nie wpływają na wytrzymałość modelu rzeczywistego. Symulacje metodą elementów skończonych pozwalają na wstępne zbadanie modeli, wprowadzenie korekt, zmian jeszcze na etapie projektowania, co wpływa na ograniczenie czasu i kosztów tworzenia nowego produktu.

LITERATURA

1. Sydor M., Wprowadzenie do CAD. Podstawy komputerowo wspomaganego projektowania, Wydawnictwo PWN, Warszawa, 2009.
2. Micielica M., Komputerowe wspomaganie projektowania procesów technologicznych, Wydawnictwo PWN, Warszawa, 2005.
3. Monografie, Systemy CAD/MES w zastosowaniach praktycznych. Część 1, Politechnika Lubelska, Lublin, 2013.
4. Bąk R., Burczyński T., Wytrzymałość materiałów z elementami ujęcia komputerowego, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2001, 2009.
5. Bielski J., Inżynierskie zastosowania systemu MES, Wydawnictwo PK, Kraków, 2013.
6. www.accent-bikes.com, Model ramy MTB, [dostęp z dnia 10.07.2017].
7. www.plm.automation.siemens.com, Producent oprogramowania Solid Edge [dostęp z dnia 1.07.2017].
8. Ashby M. F., Dobór materiałów w projektowaniu inżynierskim, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1998. www.sheldonbrown.com, Testowanie ram rowerowych. [dostęp z dnia 15.07.2017].
9. Rajeev Gupta, Analysis of Mountain Bike Frame By F.E.M. Seshagiri Rao, 2015.
10. www.matweb.com, Internetowa baza materiałów, [dostęp z dnia 10.07.2017].
11. Dobrzański L. A., Podstawy nauki o materiałach i metaloznawstwo, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, Gliwice, 2006.
12. PN-EN ISO 4210-6:2015-10 Rowery - Wymagania bezpieczeństwa dla rowerów -- Część 6: Metody badań ramy i widełka
13. www.elbe.de, Testowanie ram rowerowych, [dostęp z dnia 23.07.2017].
14. Chia-Chin, Wu, Static and dynamic analyses of mountain bikes and their riders, Department of Mechanical Engineering University of Glasgow, 2012.