

ZESZYTY STUDENCKICH KÓŁ NAUKOWYCH

Analiza wpływu parametrów dyskretyzacji na wyniki numerycznych analiz MES

J. Karkoszka^a, K. Birowski^a, A. Śliwa^b, M. Sroka^b

^a Studenci Politechniki Śląskiej, Wydział Mechaniczny Technologiczny, Instytut Materiałów Inżynierskich i Biomedycznych

email: john.karkoszka@gmail.com, kamil.birowski@gmail.com

^b Politechnika Śląska, Wydział Mechaniczny Technologiczny, Instytut Materiałów Inżynierskich i Biomedycznych

email: agata.sliwa@polsl.pl

Streszczenie: W pracy przedstawiono wpływ wielkości i jakości siatki MES na rozkład naprężeń w cyfrowym modelu kasku rowerowego. Model kasku został wykonany w programie SolidWorks, a następnie wyeksportowany do programu ANSYS. W module Workbench przeprowadzono symulacje naprężeń zredukowanych przy tych samych warunkach brzegowych, lecz ze zmiennymi parametrami siatki. Następnie porównano wyniki, w celu oceny wpływu siatki na wyniki.

Abstract: In the article was presented the impact of the parameters and quality of the mesh *FEM* on the stress distribution in the digital model of the bicycle helmet. The model was made in the program SolidWorks and then exported to the ANSYS. Afterwards in the Workbench module were performed simulations of the reduced stresses with the same boundary conditions, but with variable parameters of the mesh. Then, the results were compared in order to assess the impact of the mesh on for a results.

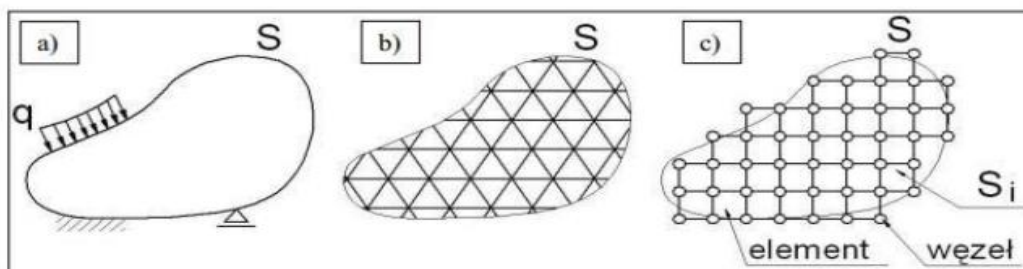
Słowa kluczowe: rozkład naprężeń, siatka MES, jakość siatki, SolidWorks, ANSYS

1. WPROWADZENIE

1.1. Metoda elementów skończonych

Złożoność problemów analitycznych związanych z analizą stanów naprężeniowo-odkształceniowych w obiektach o skomplikowanej geometrii, spowodowało rozwinięcie się metod numerycznych. Do metod tych zaliczamy metodę elementów skończonych – MES. Polega ona na rozwiązywaniu układów równań różniczkowych, opierając się na podziale dziedziny na skończone elementy tzw. dyskretyzacji (rys. 1.1), dla których rozwiązanie jest aproksymowane przez określone funkcje. Dyskretyzacji podlegają: wnętrze konstrukcji,

obciążenia ciągłe i warunki brzegowe. Ciągłe obciążenia zastępowane są układem statycznie równoważnym sił skupionych, które zaczepione są w węzłach. Oddziaływanie między poszczególnymi elementami modelu występuje poprzez te węzły. Rozwiązaniem problemu jest więc przeprowadzenie obliczeń tylko dla węzłów utworzonych poprzez dyskretyzację, dla których zapewniona jest ciągłość przemieszczeń i kątów obrotu. Z tego wynika, że MES jest sformułowaniem modelu matematycznego i rozwiązaniem postawionego problemu. Model matematyczny może być zarówno dwu jak i trójwymiarowy [4, 5, 8].



Rysunek 1.1. Przebieg dyskretyzacji: S- Model ciągły, q- przyłożone siły do modelu, Si- gotowy element po przeprowadzeniu dyskretyzacji, a) obiekt ciągły, b) idealny model obiektu, c) obliczeniowy model obiektu [14]

Figure 1.1. Discretization: S – continued model, q – forces, Si – finished element after discretization, a) continued object b) the ideal model of the object c) calculated model of the object [14]

1.2. Wpływ różnych czynników na wyniki MES

Na wyniki w MES ma wpływ wiele czynników m.in.:

- typ elementu skończonego,
- stopień przyjętych uproszczeń i zaokrążeń (zbyt mocno zagęszczona siatka, źle założone warunki brzegowe),
- aproksymacja występujące przy niedostatecznej liczbie elementów skończonych lub słabo zagęszczonej siatce w miejscach występowania naprężeń,
- merytoryczne, które zależą od badanego modelu, jego wymiarów, przyjętych jednostek oraz niepoprawnych danych materiałowych.

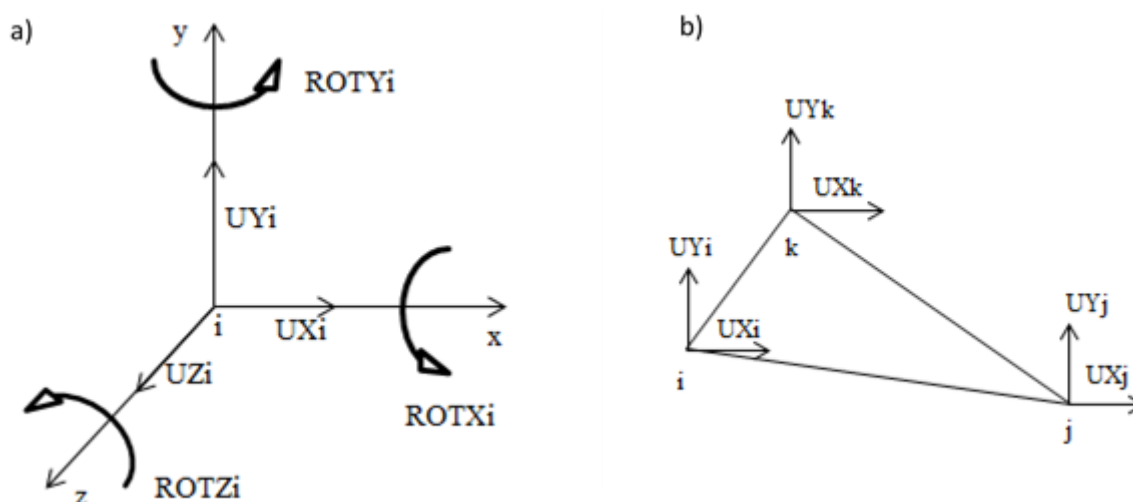
Uproszczenie cech geometrycznych i związany z tym spadek liczby elementów skończonych ułatwia i przyspiesza przeprowadzanie analiz. Warunki brzegowe należy zadawać w taki sposób, aby odebrać modelowi taką liczbę stopni swobody, żeby nie doprowadzić do jego ruchu jako ciała sztywnego, pamiętając jednocześnie o tym, by nie ograniczyć swobody deformacji. Ważny jest również wybór elementu skończonego, który jest uzależniony od przeprowadzanej analizy i geometrii modelu. To jaki element skończony ma m.in. kształt geometryczny, wielkość, jaką ilość węzłów na krawędziach wpływa na dokładność obliczeń [11, 12].

Różne typy elementów skończonych posiadają różną ilość stopni swobody (rys 1, 2).

- element belkowy (BEAM4) posiada 6 stopni swobody w węźle,
- element tarczowy (PLANE42) dwa stopnie swobody w każdym węźle – UX,UY,

- element powłokowy (shell63) posiada 5 stopni swobody – trzy translacje i obroty ROTX, ROTY,
- podstawowy element bryłowy (SOLID45) ma tylko trzy przemieszczeniowe stopnie swobody.

W odślonie klasycznej MES jako metoda przemieszczeniowa, ma za zadanie określenie niewiadomych, którymi są przemieszczenia węzłowe [13].



Rysunek 1.1 Przemieszczenia węzłowe w elemencie: a) belkowym BEAM4, b) tarczowym PLANE42 [8]

Figure 1.2 Node dislocations in the element: a) BEAM4 b) PLANE42 [8]

Ogromny wpływ na dokładność obliczeń ma również dyskretyzacja. Siatka o równomiernej gęstości jest zwykle nieefektywna. Wymagane jest zagęszczanie siatki w elementach modelu, w których spodziewać się można największych naprężeń. Miejscami lokalnego zagęszczenia powinny być: brzegi konstrukcji, obszary przyłożenia obciążenia skupionego, załomy zarysu konstrukcji.

Należy również pamiętać o tym że: elementy prostokątne są dokładniejsze od trójkątnych, elementy o kształtach zbliżonych do figur regularnych są dokładniejsze od nieregularnych elementów, elementy z węzłami pośrednimi są dokładniejsze od elementów liniowych, przy tej samej liczbie węzłów (rys.1.3).

Elementy skończone ponadto powinny zmieniać swoje wymiary płynnie w obszarze dyskretyzacji.

Po wykonaniu wszystkich niezbędnych czynności związanych z przygotowaniem modelu, w module procesora następuje wykonywanie obliczeń.

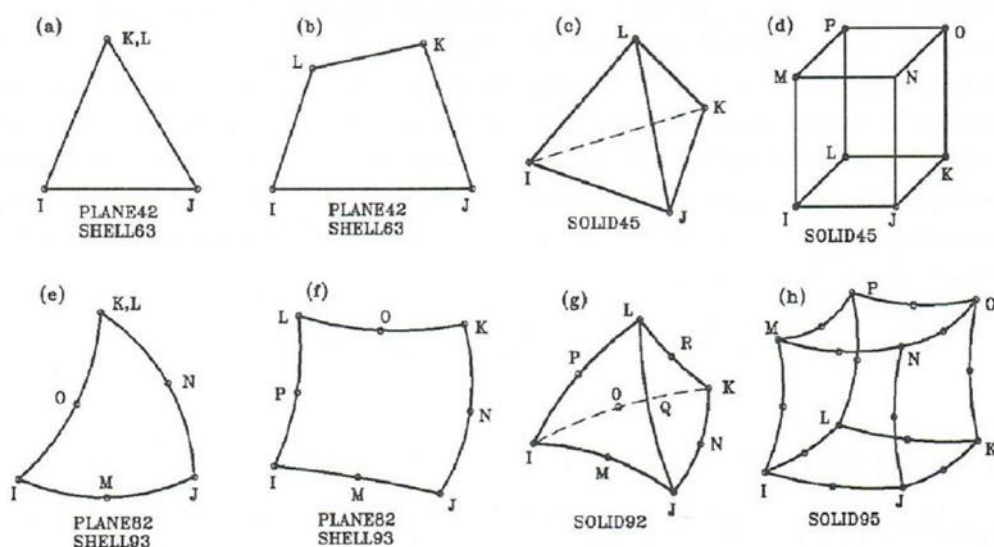
Postprocesor zajmuje się oceną, analizą i archiwizacją otrzymanych wyników. Po uzyskaniu rozwiązania możliwe jest prezentowanie map warstwicznych wybranych

wielkości na tle modelu, jak również prezentacja tych wyników np. odkształcenie, naprężenie, przemieszczenie na dowolnie określonej ścieżce, czy fragmentach elementów[7].

1.3. Błędy w systemie MES

Wykorzystując MES pamiętać trzeba, że wyniki obarczone mogą być błędami, które zależne są od przyjmowanych podczas modelowania założeń i uproszczeń. Podczas modelowania konstrukcji wprowadzane uproszczenia polegające m.in na przyjęciu modelu powłokowego lub belkowego czy usunięciu nieistotnych szczegółów mają na celu zmniejszenie czasu obliczeniowego i rozmiaru zadań. Uproszczenia te jednak obniżają dokładność rozwiązania powodując powstanie błędu modelowego. Błąd ten związany zarówno z typem elementów jak i kształtem geometrycznym modelu nie jest stały w całym badanym obszarze.

Największe błędy modelowe zlokalizowane są w miejscach koncentracji naprężeń. Na błąd dyskretyzacji wpływa sposób podziału modelu na elementy. Wraz ze wzrostem wielkości elementów wzrasta błąd dyskretyzacji. Błąd numeryczny jest błędem zaokrągleń i może wystąpić przy bardzo dużej wielkości zadań. W programach MES mogą mieć również miejsce błędy merytoryczne związane z przyjęciem niespójnych jednostek miar, nieprawidłowych danych materiałowych i złych wymiarów modelu [7, 8, 12].



Rysunek 1.3 Przykładowe typy elementów skończonych : dwuwymiarowych (a),(b),(e),(f), oraz trójwymiarowych: (d),(g),(h) [8]

Figure 1.3 The examples of the types of finite elements: two-dimensional (a), (b), (e), (f), and three-dimensional (d), (g), (h) [8]

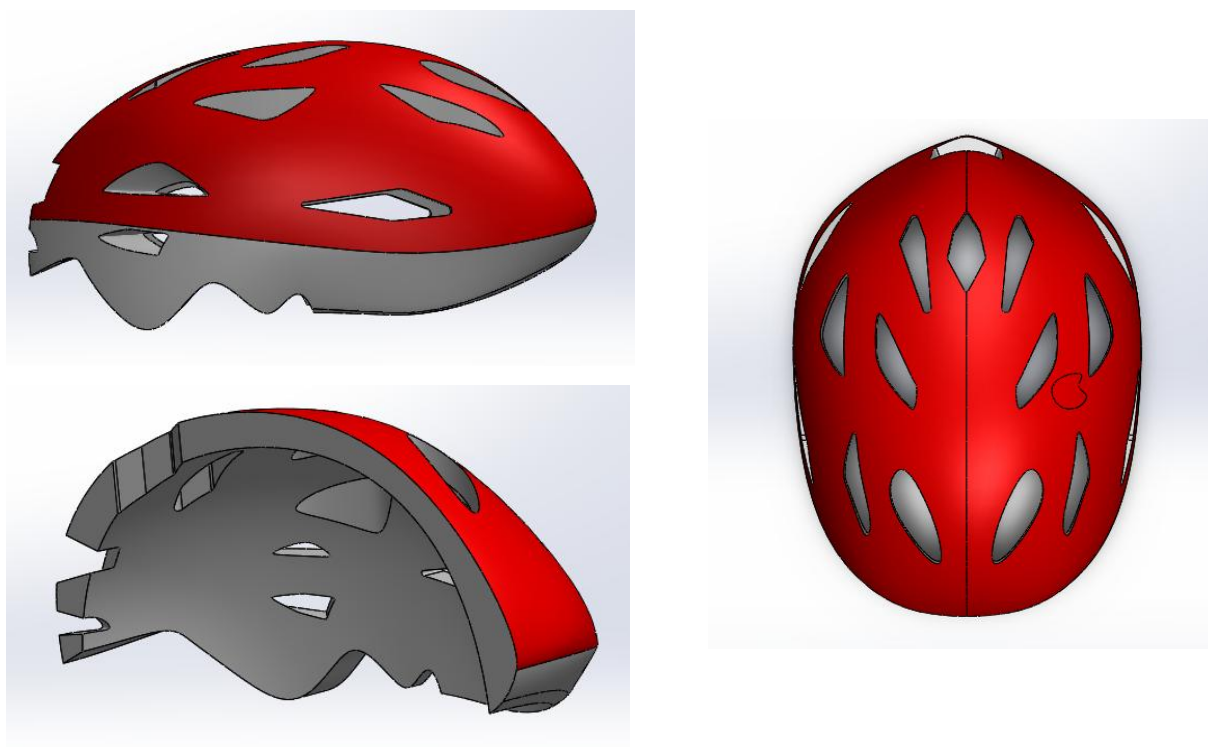
1.4. Element wykorzystany do badania siatki

Elementem, który został wybrany do analizy wpływu siatki na wyniki obliczeń MES jest kask rowerowy. Kaski rowerowe produkowane są najczęściej metodą wtryskową. Do formy kasku, w której znajduje się polimerowa łuska wtryska się styropian ekspandowany (EPS). W droższych kaskach stosowane są łuski zbrojone włóknami węglowymi w celu poprawy ochrony głowy. W zależności od klasy kasku, wykorzystuje się różne stopnie sprasowania EPS. W materiałowych bazach danych można znaleźć informacje dotyczące parametrów styropianu EPS o różnej gęstości z zakresu: w przypadku modułu Younga od 0,3 do 3,3 GPa, a w przypadku współczynnika Poissona 0,22 [6, 7, 9].

2. ZAŁOŻENIA MODELOWE

2.1. Model kasku

W pracy poddano analizie kask rowerowy o przybliżonych wymiarach 300 mm na 220mm. Model wykonano w programie SolidWorks przy wykorzystaniu techniki szycia powierzchni, które następnie zamieniono na bryłę. Po wykonaniu modelu doświadczalnego, został on wyeksportowany do programu ANSYS Workbench. Rys. 2.1 przedstawia gotowy model kasku. Podczas przeprowadzanych badań pominięto polimerowe wykończenia kasku i mocowania z racji braku istotnego wpływu na wyniki analizy MES.



Rysunek 2.1 Model kasku poddawany analizie naprężeń redukowanych

Figure 2.1 The model of the bicycle helmet on which was performed the analysis of the reduced stresses

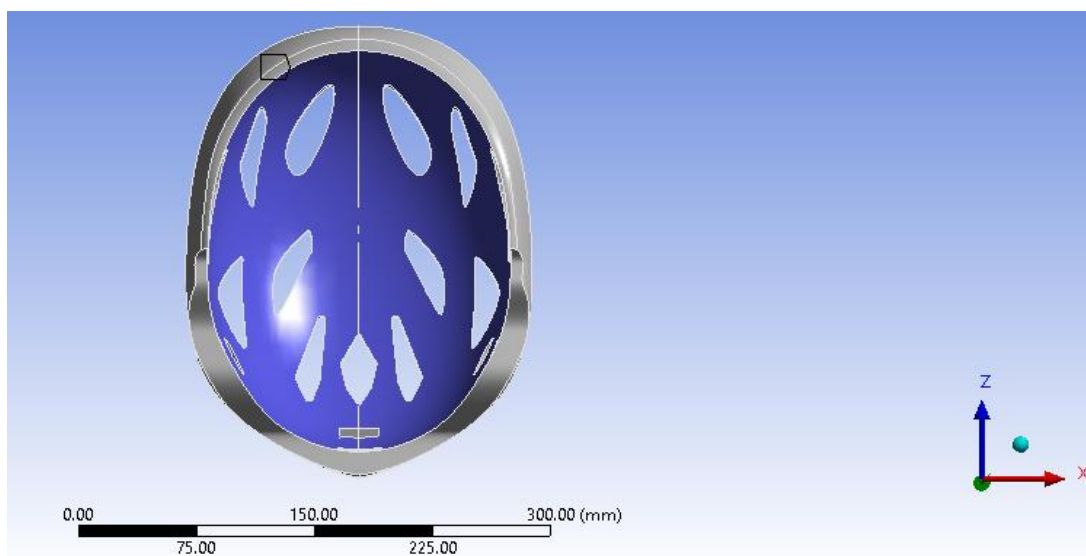
2.2. Warunki brzegowe i własności materiałowe

Kolejnym krokiem było przyporządkowanie badanemu elementowi odpowiedniego materiału. Przyjętymi wartościami dla styropianu EPS był moduł Younga o wartości 3100 MPa oraz współczynnika Poissona równy 0.22. Następnie przystąpiono do zadawania warunków brzegowych. W pierwszej kolejności narzucono nieruchomą podpórę typu *Fixed Support* (rys. 2.1) od wewnątrz kasku rowerowego od wewnątrz kasku (rys.2.2.). Składowe siły zostały przedstawione w tabelce nr. 2.1

Tabela 2.1 Składowe siły przyłożonej do kasku

Tabel 2.1 The components of force applied to the helmet

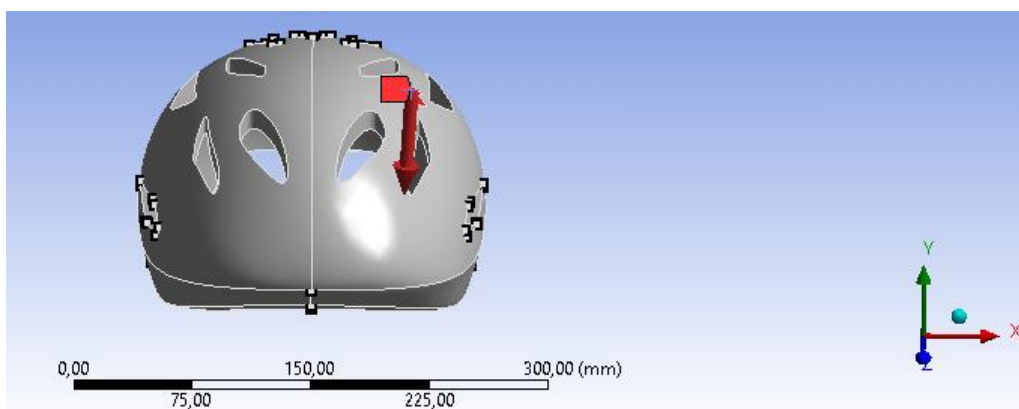
	X	Y	Z
Siła [N]	-600	-10000	0



Rysunek 2.2. Miejsce założenia podpory Fixed Support

Figure 2.2 The place of Fixed Support

Kolejnym krokiem było przyłożenie siły w zaznaczonym obszarze na powierzchni



Rysunek 2.2. Obszar oddziaływania przyłożonej siły
Figure 2.2 The force impact on the model

3. WYBRANE WARIANTY DYSKRETYZACJI

Do analizy wpływu siatki na rozkład naprężeń w kasku rowerowym wybrano cztery warianty, różniące się od siebie wielkością siatki zarówno w miejscu zadania siły, jak i w obrębie całego kasku.

- Wariant 1: wielkość wszystkich elementów siatki wynosi 6mm
- Wariant 2: globalnie wielkość siatki wynosi 3 mm, a w obrębie przyłożonej siły 1mm
- Wariant 3: globalnie wielkość siatki wynosi 2 mm, a w obrębie przyłożonej siły 0,3 mm
- Wariant 4: globalnie wielkość siatki wynosi 3 mm, a w obrębie miejsca przyłożenia siły 0,1 mm

Tabela 3.1 Ilość elementów i węzłów w poszczególnych wariantach
Tabel 3.1 The amount of elements and nodes in the various variants

	Wariant 1	Wariant 2	Wariant 3	Wariant 4
Ilość węzłów	39171	108209	253040	549099
Ilość elementów	21372	60649	144885	322930

4. ANALIZA WPLYWU SIATKI

Po dokonaniu podziału na elementy skończone według przyjętych modeli, porównano jakość elementów siatki we wszystkich czterech wariantach, a następnie wygenerowano wyniki naprężeń zredukowanych i sprawdzono ich zmiany wynikające z zastosowania różnych wielkości siatki.

Jakość siatki jest jednym z parametrów oddziałujących na poprawność przeprowadzanych analiz numerycznych MES. Siatka, która zawiera dużą ilość błędów niekorzystnie wpłynie na wyniki. Ważnym współczynnikiem opisującym siatkę jest jakość elementów siatki. Jakość elementu mieści się w zakresie pomiędzy 0 i 1. Wartość ta jest wynikiem równania ze wzoru 1.1 dla trójkątnych lub czworokątnych elementów 2D lub ze

wzoru 1.2 dla elementów 3D. Wartość 1 oznacza doskonałą kostkę lub kwadrat, podczas gdy wartość 0 przyjmuje, że element ma zerową objętość lub przyjmuje wartość ujemną [8].

Dla trójkątnych lub czworokątnych elementów 2D:

$$Jakość = C \left(\frac{\text{powierzchnia elementu}}{\sum(\text{długość krawędzi})^2} \right) \quad \text{Wzór 1.1}$$

Dla elementów 3D:

$$Jakość = C \left[\frac{\text{Objętość elementu}}{\sqrt{[\sum(\text{długość krawędzi})^2]^3}} \right] \quad \text{Wzór 1.2}$$

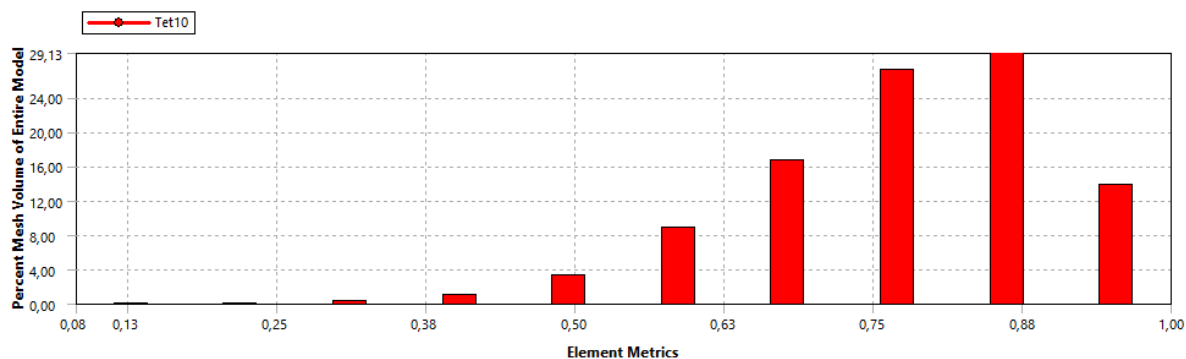
Poniżej zaprezentowano tabele nr 4.1 z wartościami przypisanymi do współczynnika C dla każdego typu elementu [8]:

Tabela 4.1 Wartość współczynnika C dla danego typu elementu [8]

Table 4.1 Value of the coefficient C for the type of element [8]

Typ elementu	Wartość C
Triangle	6,92820323
Quadrangle	4.0
Tetrahedron	124.70765802
Hexagon	41.56921938
Wedge	62.35382905
Pyramid	96

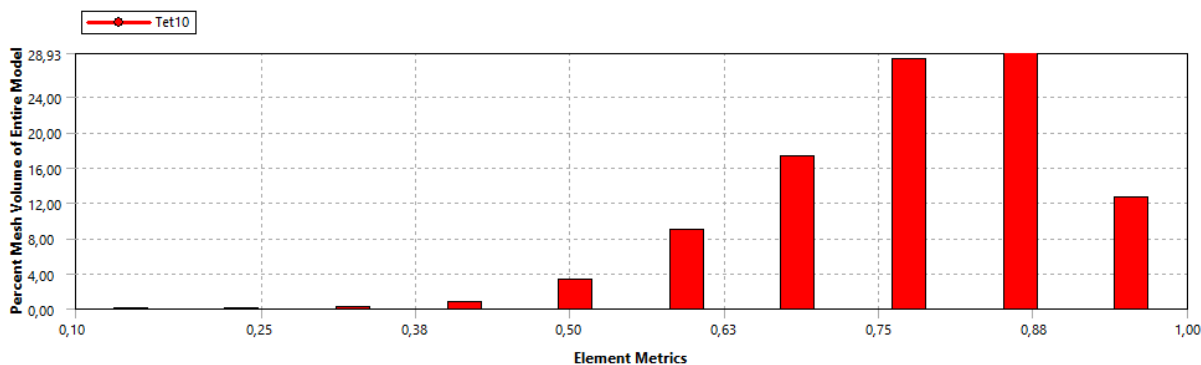
Wariant 1



Rysunek 4.1 Jakości elementów siatki w wariacie 1

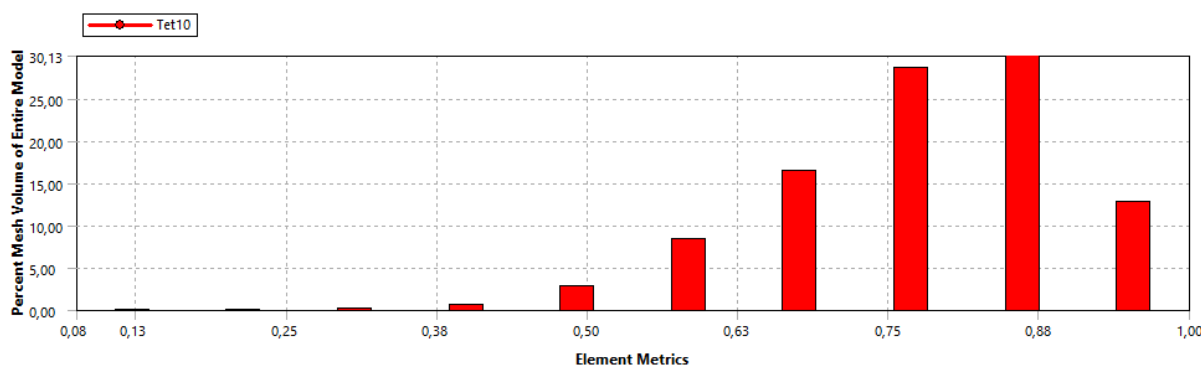
Figure 4.1 The quality of the mesh elements (first example)

Wariant 2



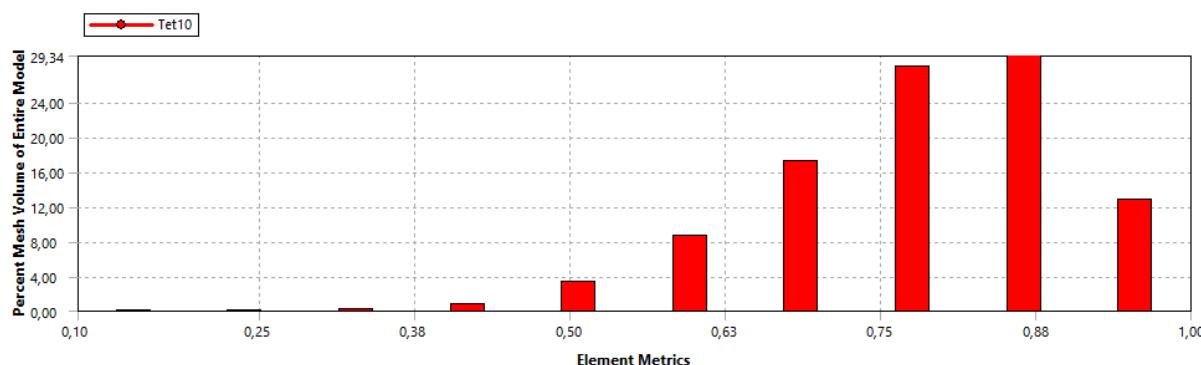
Rysunek 4.2 Jakości elementów siatki w wariancie 2
 Figure 4.2 The quality of the mesh elements (second example)

Wariant 3



Rysunek 4.3 Jakości elementów siatki w wariancie 3
 Figure 4.3 The quality of the mesh elements (third example).

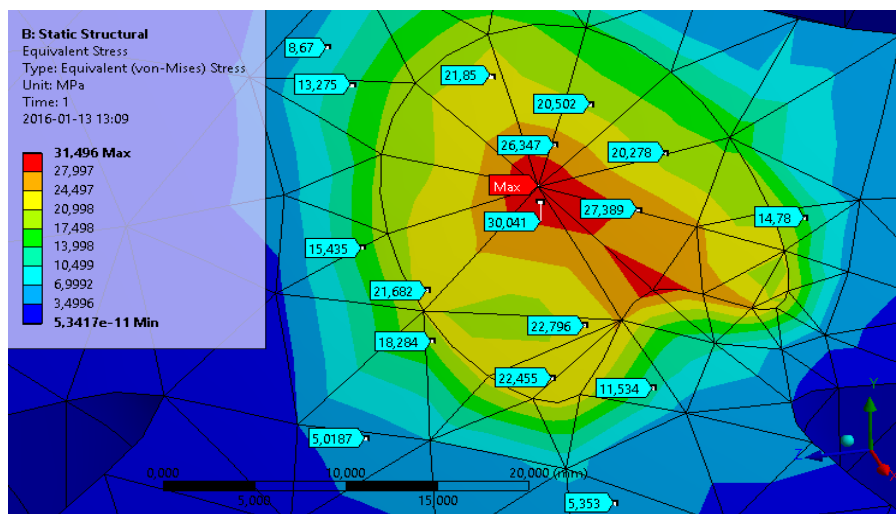
Wariant 4



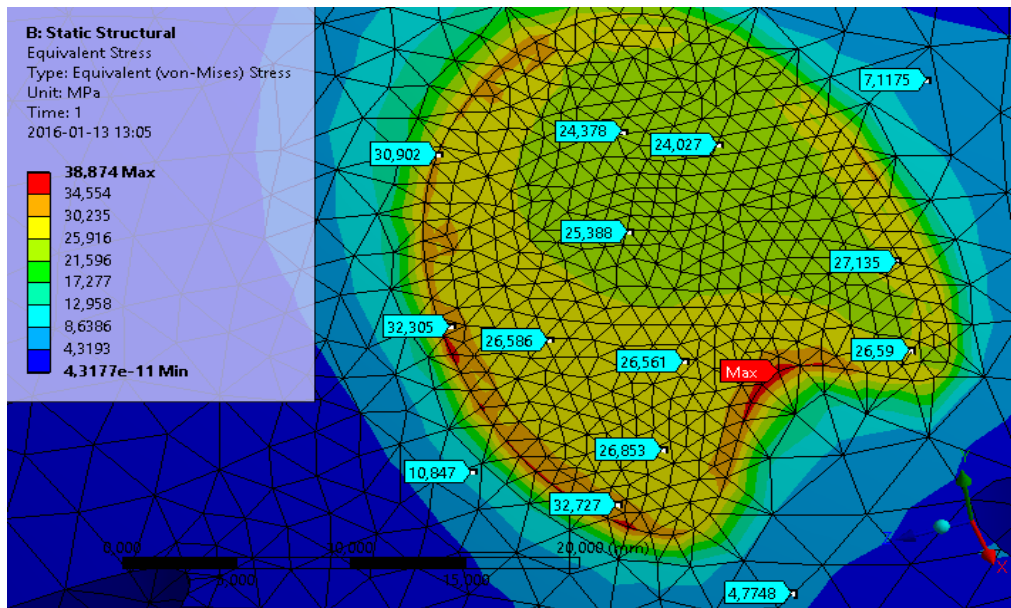
Rysunek 4.4 Jakości elementów siatki w wariancie 4
 Figure 4.4 The quality of the mesh elements (fourth example)

Zaprezentowane wyżej wykresy pokazują jaki procent elementów siatki wykazuje jej jakość. Oceniając poprawność siatki ze względu na jakość jej elementów w przyjętych wariantach, może stwierdzić, że wszystkie siatki wykazują się podobnym jej poziomem. Ilość elementów o bardzo niskiej jakości była marginalna, co więcej znajdowały się one głównie poza obszarem istotnym ze względu na przeprowadzane badania. We wszystkich modelach około 85 % elementów wykazuje jakość powyżej 0,67, co sugeruje, że założone siatki są poprawne i charakteryzują się dobrą jakością. Badany obszar był na tyle prosty, że zagęszczanie siatki tylko w obrębie przyłożonej siły, nie generowało elementów o niskiej jakości, znajdowały się ona poza tym obszarem. Największą więc odmiennością, charakteryzuje się wariant 3, gdzie zmniejszono globalną wielkość siatki, spowodowało to zmniejszenie ilości elementów o średnim i praktycznie niezauważalne zwiększenie ilości elementów o niższym wskaźniku jakości znajdujących się jednak w innych częściach modelu, przez co nieistotnych z punktu przeprowadzanych analiz.

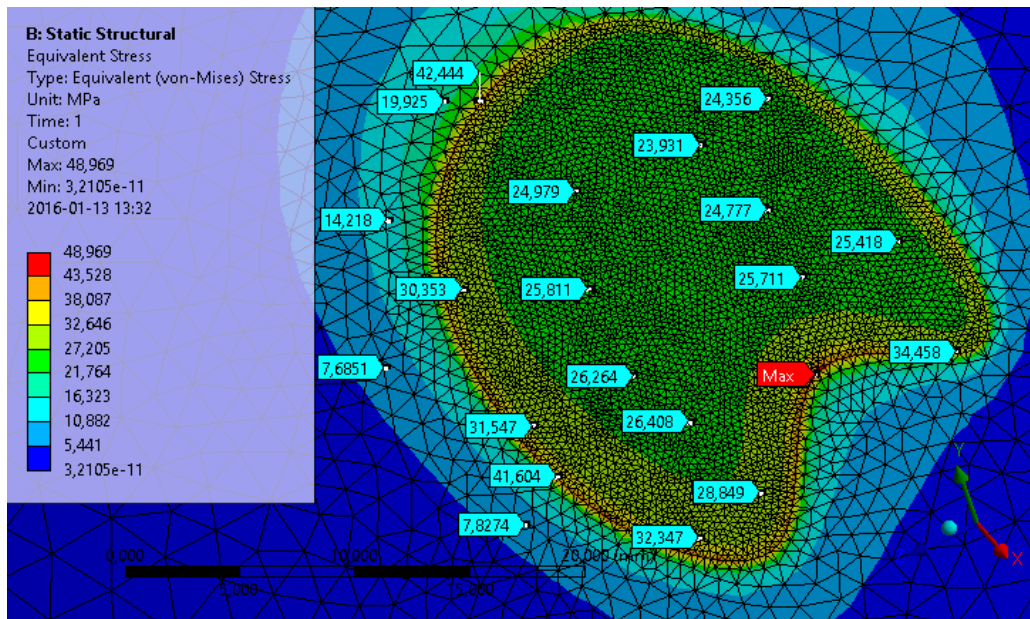
Analiza naprężeń zredukowanych występujących w kasku pod wpływem działania siły pozwoliła na ocenę wpływu rozdrobienia siatki na uzyskiwane wyniki. Rozdrobnienie to istotnie wpływa na uzyskiwane wyniki. Należy jednak brać pod uwagę geometrię modelu i miejsce występowania punktów osobliwych.



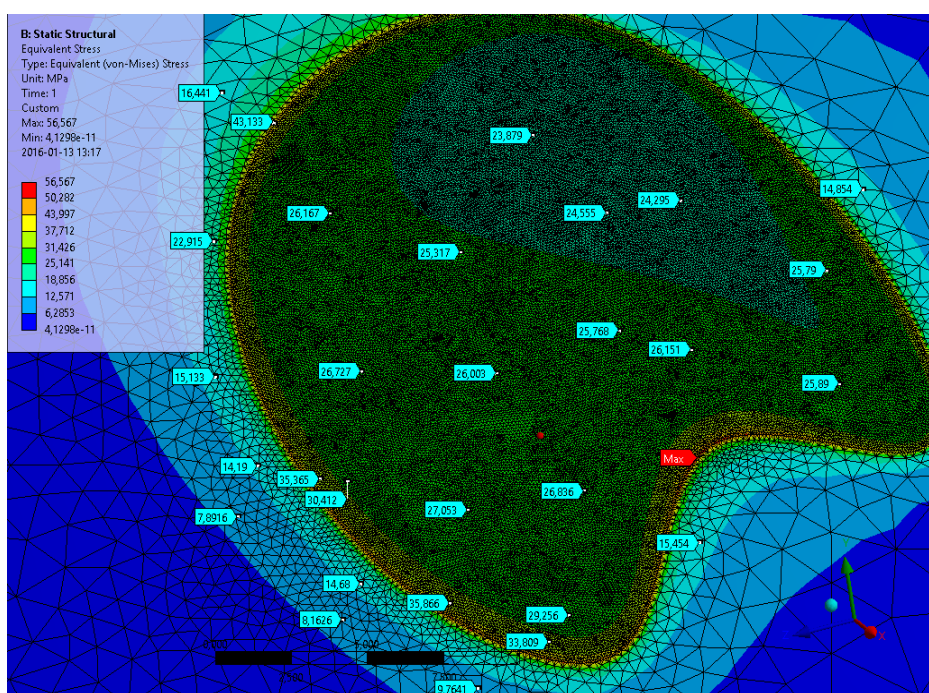
Rysunek 4.5 Rozkład naprężeń zredukowanych (hipoteza Hubera-Misesa) w wariancie 1
Figure 4.5 Distribution of the reduced stresses in the first example (the Huber-Mises hypothesis)



Rysunek 4.6 Rozkład naprężeń zredukowanych(hipoteza Hubera-Misesa) w wariancie 2
 Figure 4.6 Distribution of the reduced stresses in the second example (the Huber-Mises hypothesis)



Rysunek 4.7 Rozkład naprężeń zredukowanych(hipoteza Hubera-Misesa) w wariancie 3
 Figure 4.7 Distribution of the reduced stresses in the third example (the Huber-Mises hypothesis)



Rysunek 4.8 Rozkład naprężeń zredukowanych (hipoteza Hubera-Misesa) w wariantie 4
Figure 4.8 Distribution of the reduced stresses in the fourth example (the Huber-Mises hypothesis)

Analiza naprężeń pozwoliła stwierdzić, że zwiększenie ilości elementów powoduje zazwyczaj poprawę wyników. Aby możliwe było porównanie wyników, w poszczególnych wariantach w kilkunastu miejscach sprawdzano stan naprężeń. Wariant 1, w którym wszystkim elementom przypisano wielkość 6 mm, nie przedstawia wyników, które można by uznać za prawdziwe i wnoszące wiele informacji na temat rzeczywistego stanu naprężeń. Spowodowane jest to zbyt dużą wielkością siatki. Maksymalne naprężenia występują w punkcie, w którym nie są spodziewane biorąc pod uwagę warunki geometryczne i brzegowe modelu. Pomimo dobrej jakości siatki, badanie takie nie może być uznane za poprawne.

Rozdrobnienie siatki do 1 mm w miejscu działania siły i globalne jej zmniejszenie do 3 mm (wariant 2), pozwoliło na dokładniejszą ocenę stanu naprężeń. Wyniki te z dużo większą pewnością można uznać za właściwe. Taka siatka dostarcza nam ogólnych informacji o tym jaki wpływ na kask wywarła przyłożona siła.

Warianty 3 i 4 z dużo większym rozdrobnieniem siatki pokazują dokładniejsze wyniki, gdzie w sposób płynny zmieniają się naprężenia w badanym obszarze. Należy zwrócić jednak uwagę na punkt występowania maksymalnych naprężeń w tych wariantach. Jest to punkt osobliwy znajdujący się na krawędzi pola działania siły, gdzie naprężenia będą rosły wraz ze wzrostem gęstości siatki, nie należy więc brać tego punktu pod uwagę w końcowych analizach.

Najdokładniejsze wyniki przedstawia wariant 4, jednak wraz ze zwiększeniem ilości elementów, potrzebna jest większa moc obliczeniowa komputera, a czas analizy znacznie się wydłuża.

Widać więc, że siatka ma istotny wpływ na wyniki badań symulacyjnych. Zagęszczenie siatki w miejscach przewidywanych naprężeń powoduje poprawę wyników. Należy jednak pamiętać, że zbyt duże rozdrobienie siatki może również wpływać niekorzystnie ze względu na obecność punktów osobliwych.

5. PODSUMOWANIE

W ramach artykułu zostały przeprowadzone badania o czterech różnych wariantach zagęszczenia siatki MES opisane w tabeli 3.1. Podsumowując wyniki wpływu siatki na rezultat obliczeń MES zaobserwowano, że wielkość elementów na jakość siatki ma marginalny wpływ w badanym przypadku. Wynika to prawdopodobnie z wykorzystania nieskomplikowanego modelu jakim jest kask. Sugeruje się, by w przyszłych badaniach wykorzystano bardziej złożony model by zbadać dokładniej to zagadnienie.

Znaczna większość pojawiających się błędów w siatce znajdowała się poza polem przeprowadzanych analiz, natomiast w miejscu badanego obszaru, nie występowały żadne błędy siatki MES.

W przypadku zagęszczenia siatki wpływ na wyniki jest istotny. Wraz z ogólnym wzrostem zagęszczenia siatki na modelu, jak i w miejscu przyłożenia siły, poprawność wyników rozkładu naprężeń wzrasta, co pokazuje porównanie wyników wariantu I z II. Istotną informacją jest by odpowiednio dostosować wielkość siatki do możliwości obliczeniowych komputera, ponieważ od pewnego momentu uzyskiwane wyniki są identyczne, a skutkiem jest jedynie wydłużenie badań. Na ten fakt wskazuje porównanie rezultatów uzyskanych w wariantach III oraz IV. Poza ogólnym wzrostem wiarygodności wyników, zaobserwowano powiększającą się ilość punktów osobliwych, które dla niedoświadczonej osoby mogą być mylące.

LITERATURA

1. Norma ISO: PN-EN 1078+A1:2013-04
2. <http://roweroweporady.pl/jaki-kask-rowerowy-kupic/>
3. Zagrajek T. Krzesiński G. Marek P., Metoda elementów skończonych w mechanice konstrukcji: ćwiczenia z zastosowaniem systemu ANSYS, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, Warszawa 2006.
4. Łączek S., Wprowadzenie do systemu elementów skończonych ANSYS (Ver.5.0 i 5-ED), Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 1999.
5. Bodnar A., Wytrzymałość Materiałów, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2004.
6. Misiak J., Mechanika techniczna: statyka i wytrzymałość materiałów' Wydawnictwo Naukowo Techniczne, Warszawa 2003.
7. Łączek S., Modelowanie i analiza konstrukcji w systemie MES ANSYS v.11, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej, Kraków 2011.
8. Workbench Ansys Help
9. Badania wpływu przenoszenia sił zucia na stan naprężenia w tkance kostnej zuchwy-praca inżynierska Kamil Birowski, Politechnika Śląska, Gliwice 2015

10. Wpływ własności materiałowych komponentów układu stomatognatycznego na przenoszenie obciążeń żucia- praca inżynierska Jan Karkoszka, Politechnika Śląska, Gliwice 2015
11. Wpływ dyskretyzacji modelu układu stomatognatycznego na wyniki analizy wytrzymałościowej metodą elementów skończonych- praca inżynierska Grzegorz Kaczmarski, Politechnika Śląska, Gliwice 2015